

「粉体時計」の実現報告及びそのメカニズムの数理的考察

國澤昂平, 伊東陽菜, 友野稜太

荒谷健太, 大西巧真, 岡部和佳奈, 籠谷昌哉, 三俣風花

K.KUNISAWA, H.ITO, R.TOMONO

K.ARATANI, T.ONISHI, W.OKABE, M.KOMORIYA, F.MITSUMATA

兵庫県立加古川東高等学校 自然科学部物理班 (粉粒体チーム)

Abstract

Granular material (PAGM) in a vibration exciter which is divided into two rooms behaves paradoxically. The particles can be seen to periodically transfer between the compartments at a regular rate. However, this phenomenon - called "Granular Clock" - seldom occurs due to the complex conditions it requires. We developed a hypothesis about how to produce this effect by controlling the "Mean free path", considering the differential equations that produce the phenomenon and simulation, validated that hypothesis through hundreds of trial runs. Ultimately, we succeeded in producing "Granular Clock" under specific conditions.

1. 研究動機, 目的

「粉粒体」とは例えば米や砂粒などの, 小さな粒子が多数個集まったものをいう。その性質は, 固体とも液体ともいえない不可解な振る舞いをする。そして未だにメカニズムが解明されていない粉粒体现象は数多く存在する。

全体として集団をなして振る舞うが, 決して個々の粒子が見えなくなるほど小さくはないものが「粉粒体」の定義であることから, 大衆が機械的な動きを続ける場合には, 人さえも粉粒体に見立てることができる。そのため液状化現象や砂時計だけでなく, 交通渋滞などにも粉粒体特有の性質が深く関わっているといわれている。

筆者らは2年前から「粉粒体」の研究をしており, 興味深い粉粒体现象を探る過程で, 「粉体時計」(図1)を知った。

「粉体時計」とは, 低い仕切り板で容器の底面を2部屋に区切り, その片部屋に大きくて重い粉粒体と小さくて軽い粉粒体(以後, 大粒, 小粒とする)を入れて, 縦方向に振動を与えると発生する現象である【1】。はじめに小粒がもう片部屋に移動し, その後大粒が小粒を追いかけるようにして移動する。そしてこのサイクルを繰り返し, 大粒と小粒は二つの部屋を往復し続ける。

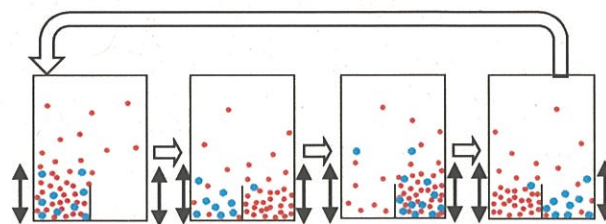


図1 粉体時計
(縦振動を加えると, 大粒・小粒が二部屋を往復し続ける)

しかし, 粉体時計はその現象の複雑さから再現が非常に困難な現象であり, 3次元での実現は,

未だに全世界で報告されていない。

そこで、筆者らは「粉体時計」を実現し、そのメカニズムを数理的に考察することを目的に研究を始めた。

2. 実験方法

筆者らは、粉体時計を簡単に理解するため、その現象を Step1 (先に小粒が片部屋に移動する)、と Step2 (大粒が追いかけるようにして移動する) に分け、それぞれの Step に対してメカニズムの仮説を立て、それらの整合性を定性的に確かめる実験を行った。

2-1. 振動装置の作成

まず筆者らは、実験において不可欠となる振動装置を作成した。

昨年度はアクリル板で作成した容器の下に按摩器を固定し、振動を与えていた (図2)。

しかし、按摩器は底板の一部にしか接触せず、振動が安定しないため、正確な実験データが得られなかった。そこで IMV 株式会社から期限付きの有償で低騒音小型振動発生機 M060/MA1 を賃借し、実験を行った (図3)。

低騒音小型振動発生機は昨年度中に返却したため、今年度はスピーカーを用いた振動装置を自作した。厚さ 3mm のアクリル板で容器 (奥行き 8×横 15×高さ 23cm, 仕切り 4cm) を作成し、スピーカーの上に固定した。振動用の音源は「振動数と音階 (初音) (JST より)」を使用し、波形や出力、振動数などを変えられるようにした (図4)。また、実験結果に静電気の影響を与えないようにするため、

アクリル容器や用いた粉粒体に静電気防止剤を塗布した。

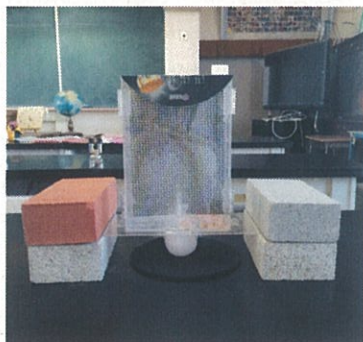


図2 按摩器を用いた振動装置

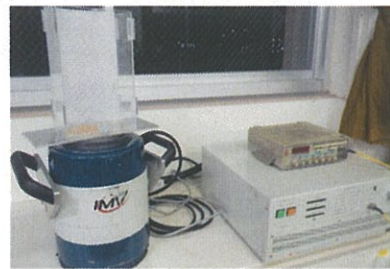


図3 低騒音小型振動発生機 M060/MA1



図4 (左:振動装置の外観,右:音源に用いたソフトウェア)

また、集まった粒の重みにより、装置が傾かないことも水平器により確かめた (図5)。



図5 粒が片部屋に集まった状態でも両部屋が水平であることを確かめた。

2-2. 粒数の計測方法

実験を行う際に、各部屋に移動した粒の計測方法は以下の通りである。10秒ごとに上方からカメラで写真を撮り、ペイントを用いて手作業で数えた (図6)。また、シミュレーションを用いた実験ではスクリーンショットで撮影し、同様にして1枚1枚数えた。

写真の枚数は後述する実験①より 42 パターン×3回×20枚=2520枚。実験②より 2パターン×3回×6枚+2パターン×3回×9枚=90枚。実験③より 8パターン×25枚=200枚。計測には、合計 2810枚もの写真を要した。

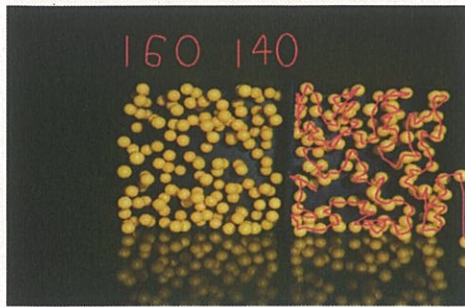
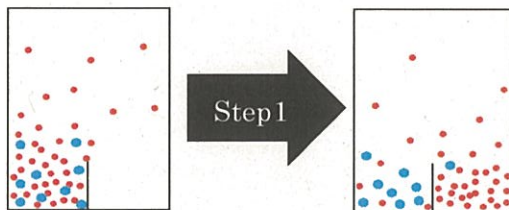


図6 部屋内の粒数をペイントで計測

2-3. Step1

Step1では小粒が先に片方の部屋に移動する。この現象が起こる要因として、小粒が大粒との衝突でエネルギーを得て、弾き出されるためであると仮説を立てた。しかし、多粒子系のため、理論値で正確な発生範囲を特定することは極めて困難である。



現象:小粒が先に片方の部屋に移動する
 仮説:小粒が大粒からエネルギーを得て、移動する
 条件:理論値で設定することが困難

そこでまず、Step1が発生する条件、つまり、小粒が大粒よりも先に移動する条件を実験的に明らかにするため、小粒と大粒の総数、個数比を変えて様々なパターンで実験①を行った。

実験① Step1が発生する条件を特定する実験

粉粒体には、小粒として直径2.5mmのプラスチックビーズと大粒として直径5.9mmのBB弾を用いた。始めに大小2種類の粉粒体を振動容器の同じ片部屋に入れ、56Hz、出力26、sin波で縦に加振し続けた。各部屋の粒の個数は10秒ごとに上方から写真を撮り、解析して調べた。

そして大粒、小粒の総数を200, 250, 300, 350, 400, 450(個)の6パターン、個数比を大粒の数:小粒の数が1:21 1:18 1:15 1:12 1:9 1:6 1:3と7パターンに変えて、合計7×6=42パターンで

それぞれ3回ずつ実験した。

2-4. Step2

Step2では、大粒がもう一方の部屋に移動する。このとき必要となる条件は「小粒がはじき出されたのち、大粒が追いかけるように移動すること」と「大粒が追いかけてくるまで、小粒が同じ部屋にとどまり続けること」の2つが挙げられる。

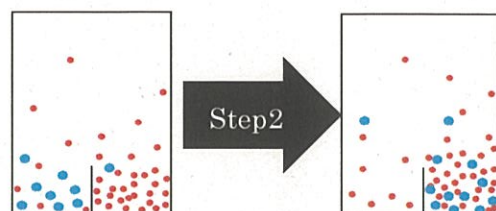
そこで筆者らは「平均自由行程」の考え方と微分方程式の、2つの手法を用いてStep2が起こる要因の仮説を立て、発生する範囲を数理的に考察した。

2-4-1. 平均自由行程を用いた仮説設定

「平均自由行程」とは、気体分子の分子運動に用いる考え方で、ある粒が他の粒に影響されずに自由に動ける平均距離のことを意味する。

ゆえに粉粒体の振る舞いに置き換えて考えるとすれば、平均自由行程が大きいと移動しやすく、小さいと移動しにくいといえる【2】。粒が集まった部屋では部屋内の数密度が高くなるため平均自由行程は小さくなり、粒が出ていった部屋では部屋内の数密度低くなるため平均自由行程は大きくなる。

Step2では大粒は平均自由行程が大きく、移動しやすいため、もう一方の部屋に移動し、小粒は平均自由行程が小さく、移動しにくいため同じ部屋に留まり続けると考えた。したがって、Step2が起こるための条件は、大粒の平均自由行程が大きく、小粒の平均自由行程が小さい、ということになる。



現象:大粒がもう一方の部屋に移動する
 仮説:大粒と小粒の挙動は平均自由行程の大小に依存している
 条件:小粒の平均自由行程が小さく、大粒の平均自由行程が大きい

ここで、平均自由行程は $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$ で表される。これを式変形したものを以下に示す。

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}$$

$$= \frac{1}{\frac{l}{sh}4\pi r^2}$$

$$= \frac{1}{\frac{l}{s(e+1)^2 k}4\pi r^2}$$

$$= \frac{(e+1)^2}{lr^2} k_2$$

$$\left(k_2 = \frac{sV^2}{8\pi g}\right)$$

$$e = -\frac{v' - V}{0 - V}$$

$$\leftrightarrow v' = (e+1)V \dots \textcircled{1}$$

力学的エネルギー保存則より

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \leftrightarrow h = \frac{v^2}{2g}$$

①を代入して

$$h = \frac{(e+1)^2 V^2}{2g} = (e+1)^2 k$$

$$\left(k = \frac{V^2}{2g}\right)$$

s =片部屋の底面積 h =粒が飛ぶ高さ l =粒数 e =反発係数
 v' =粒の初速度 V =振動装置の振動速度 r =粒の直径
 n =片部屋の粒の数密度 $\sigma=4\pi r^2$

σ は、用いた粒の半径を r とおくと $4\pi r^2$ で表され、**図7**に示すように、運動する粒の幾何学的な断面積である。この円柱内に他の粒の中心が入ると、粒同士が衝突するということになる。

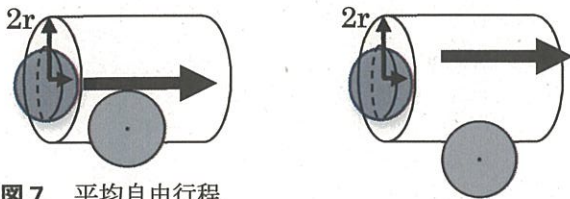


図7 平均自由行程

(左 衝突する時、右 衝突しないとき)

n は密度を表し、ここでいう密度とは粒が高さ h の地点まで飛んだときの空間に占める粒数のことである。

式の最終形 $\lambda = \frac{(e+1)^2}{lr^2} k_2$ より、平均自由行程は反発係数に比例し、粒数と粒径に反比例することがわかる。つまり粒径と粒数に注目すれば、粒径が小さく粒数が少ないほど平均自由行程が大きくなり、粒が移動しやすくなるといえる。そこで、この式変形が正しいかを定性的に証明するために、**実験②**を行った。

実験②では、粉体時計と同じ粉粒体现象である

「粉体のマクスウェルの悪魔」を用いた。

粉体のマクスウェルの悪魔とは、低い仕切りで容器の底面を2部屋に区切り、その両部屋に1種類の粉粒体を1:1の割合で入れ、縦方向の振動を与えると発生する現象である。この現象では加振し続けると、粉粒体が片部屋に集まったのち、元の部屋に戻ることはなく、集まった部屋に留まり続ける(**図8**)【3】。

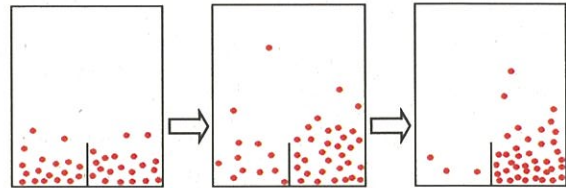


図8 粉体のマクスウェルの悪魔

この現象のメカニズムは、「初期振動で粒がランダムに移動し、左右の部屋で部屋内の粒の数密度が変わると、平均自由行程が変化する。すると、移動しやすい部屋と移動しにくい部屋ができるため、平均自由行程が小さい部屋に粉粒体が集まる」というものである。したがって、さまざまな粉粒体で、「粉体のマクスウェルの悪魔」の実験を行い、その移動しやすさを比較することで、平均自由行程の大きさを比較することが可能であると考えた。

実験②-1 平均自由行程が粒数に反比例することを定性的に確かめる実験

この実験では直径 3.1mm のボールベアリングを用い、粒数を 300 粒と 400 粒の 2 パターンに変えて実験を行った。

始めに、両部屋の底に、1:1 の割合でボールベアリングをちりばめ、56Hz で加振し続けた。部屋内の粒は 10 秒ごとに上方から写真を撮り、ペイントで数えた。

実験②-2 平均自由行程が粒径に反比例することを定性的に確かめる実験

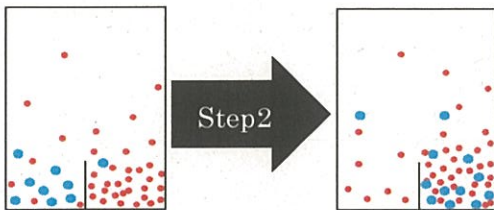
ここでは直径 5.2mm の金ビーズ 300 粒と直径 5.9mm の BB 弾 300 粒を用いた。なお、反発係数は、金ビーズ 0.37、BB 弾 0.35、とほぼ同値である。

始めに、両部屋の底に、1:1 の割合でボールベアリングをちりばめ、56Hz で加振し続けた。部屋内の粒は 10 秒ごとに上方から写真を撮り、ペイントで数えた。

2-4-2. 微分方程式による仮説設定

また、私たちは Step2 の現象に関して、微分方程式を用いた数理的観点から、その条件を詳しく設定しようと試みた。ここで、前述した Step2 は粉体のマクスウェルの悪魔を用いて、次のように仮説をたてることもできる。

「Step1 のサイクルが完了した後、小粒は粉体のマクスウェルの悪魔が起こるためその場にとどまり、大粒は粉体のマクスウェルの悪魔が起こらないため片部屋に留まることなくもう片部屋に移動する。」



- 現象 大粒がもう一方の部屋に移動する
 仮説 粉体のマクスウェルの悪魔の発生の有無が関係している。
 条件 小粒で粉体のマクスウェルの悪魔が発生し、大粒では発生しない。

このため、粉体のマクスウェルの悪魔が発生する細かい条件が分かれば、Step2 が発生するために必要な、大粒小粒の細かい条件が明らかになると考えた。ここで、片部屋の粒子の増減率を表す微分方程式は以下のように表される【3】。

$$\frac{dn}{dt} = -n^2 e^{-\frac{n^2}{A}} + (1-n)^2 e^{-\frac{(1-n)^2}{A}}$$

n: 全粒子に対する片部屋の粒の割合
 A: 非弾性衝突と出力の平衡を表した正の変数

ここで、この式は A の値によってそのグラフの概形を大きく変える (図 9)。この微分方程式の第一項は出ていく粒を表し、n に依存する。第二

項は、もう一方の部屋から入ってくる粒を表すため、1-n、つまりもう一方の部屋の n の値に依存している。

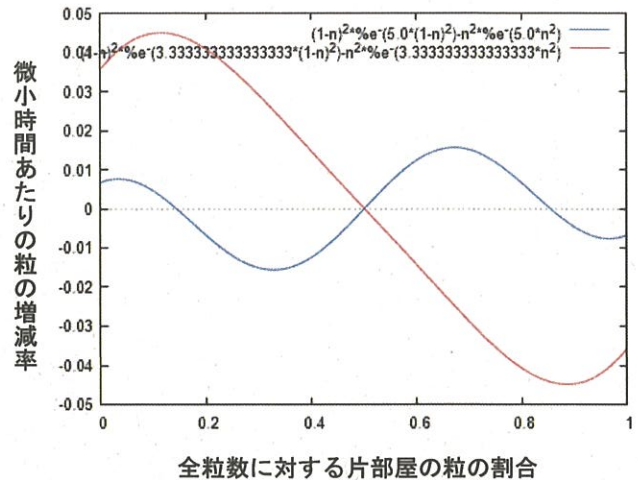


図 9

(*) をグラフ化したもの (赤 : A=0.30 青 : A=0.20)

縦軸が微小時間あたりの粒の増減率 (dn/dt) を、横軸が全粒子に対する片部屋の粒の割合を表している。赤のグラフは A=0.30 のとき、青のグラフは A=0.20 の (*) 式を表している。

赤のグラフ (A=0.30) では、0 < n < 0.5 では dn/dt が正より、単調増加して固定値 n=0.5 に漸近する。0.5 < n < 1 では dn/dt が負より、初期値をこの範囲にとると単調減少して固定値 n=0.5 に漸近する。つまり粒は片部屋に偏らず、粉体のマクスウェルの悪魔は発生していない。一方青のグラフ (A=0.20) では先ほどと同様にすると、n は左右で分かれた位置に漸近する。つまり粒は片部屋に偏り、粉体のマクスウェルの悪魔が発生している。

したがって、粉体のマクスウェルの悪魔が発生する条件は青のグラフのように、n=0.5 のときのグラフの傾きが正になることである。そのために必要な A の範囲を以下のように計算して算出した。

(*) 式を微分すると次のようになる。

$$-2ne^{-\frac{n^2}{A}} + \frac{2n^3 e^{-\frac{n^2}{A}}}{A} - 2(1-n)e^{-\frac{(1-n)^2}{A}} + \frac{2(1-n)^3 e^{-\frac{(1-n)^2}{A}}}{A}$$

これを n=0.5 で整理したものが次式になるので、

$$\frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{1}{4A}}(4A-1)}{A}$$

これが正となる $0 < A < 0.25$ が粉体のマクスウェルの悪魔が起こる条件である。したがって、大粒の A の値を AL 、小粒の A の値を AS としたとき、それらが $0 < AS < 0.25 \leq AL$ を満たせば、Step2 が発生すると考えた。

しかし、 A の値には粒数、粒径といった粒に関する変数だけでなく、仕切りの高さなどの振動条件に関する変数にも依存している。しかし、それらと A の値がどのような相関関係にあるか不明瞭であるため、数値解析を行う必要があり、そのためには膨大な種類の粉粒体や振動条件を要することになる。そのため、実験的に範囲を特定するのは非効率的である。そこで、「Unity(ユニティ・テクノロジー株式会社より)」というプログラミングソフトを用いた実験③により、 A を粒数、粒径に注目して数値解析した。

実験③-1 A と粒径の相関を調べる実験

粒数を 400 粒、粒径を 4, 5, 6mm と変えた 3 パターンで実験を行った。なお、反発係数は 0.6 に質量は 4.8g とした。

シミュレーションソフト「Unity」を使用し、仮想空間で粉体のマクスウェルの悪魔をそれぞれ発生させた(図 11)。初めにシミュレーション内の粉粒体を容器の両部屋にちりばめて置き、粉体のマクスウェルの悪魔が発生するまで縦に加振し続ける。粒数はスクリーンショットで 30 秒ごとに撮影し、ペイントで数えた。底面の反発係数を 1 とし、座標を固定して常に真上に 30g 力を加えることで振動を与えた。シミュレーション内の振動装置の大きさは自作した振動装置と同じである。得られたデータを基にして、数式処理ソフト「Maxima」で (*) 式が漸近するときの n の値を求めた。

$$-n^2 e^{-\frac{n^2}{A}} + (1-n)^2 e^{-\frac{(1-n)^2}{A}} = 0$$

この式を変形すると次の式になる。

$$A = \frac{2n-1}{2 \log \frac{n}{1-n}}$$

このとき先ほど「Maxima」で算出した n が漸近する値を代入し A の値を求めた。 A との n の関係を表したグラフは図 10 のようになる。

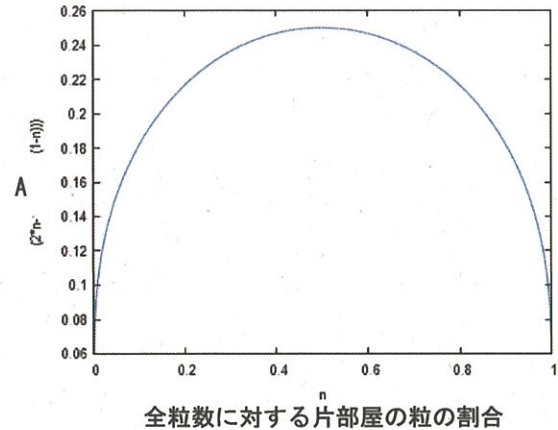


図 10 A vs n のグラフ

実験③-2 A と粒数の相関を調べる実験

粒径を 5mm、粒数を 300 粒、400 粒、500 粒と変えた 3 パターンで実験を行った。なお、反発係数は 0.6 に質量は 4.8g とした。

実験③-1 と同様にし、シミュレーションソフト「Unity」を使用し、仮想空間で粉体のマクスウェルの悪魔をそれぞれ発生させた。粒数はスクリーンショットで 30 秒ごとに撮影し、ペイントで数えた。

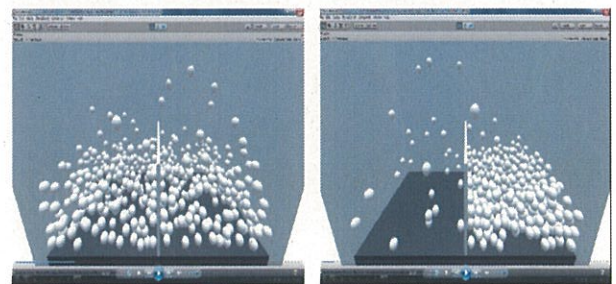


図 11 シミュレーションの様子

3. 実験結果, 考察

実験① Step1 が発生する条件を特定する実験

実験結果が図 12 である。縦軸は大粒と小粒の総数を、横軸は大粒と小粒の個数比を表している。Step1 の現象、つまり小粒が大粒よりも先に移動した場合は緑で、両粒とも移動しなかった場合や、大粒も同時に移動した場合は白で表している。



図 1 2 ■ 実験①で特定した Step1 が発生する範囲

図 1 2 より、Step1 の発生条件は大粒小粒の総数、個数比に依存し、大粒の割合が一定以上であれば Step1 が発生しやすいといえる。

実験②-1 平均自由行程が粒数に反比例することを定性的に確かめる実験

実験結果をグラフにしたものが図 1 3、図 1 4 である。縦軸は全粒数に対する片部屋の粒の割合を、横軸は経過時間を表している。赤のグラフは集まった部屋、青のグラフは移動した部屋の粒の割合を表している。

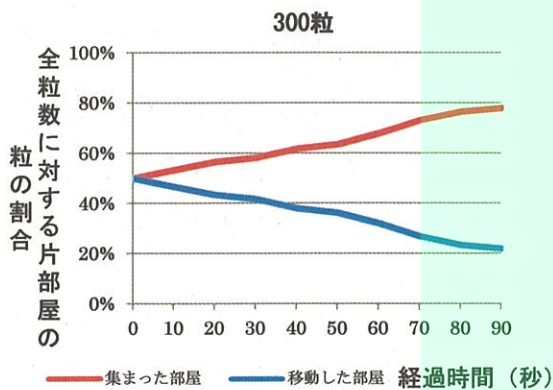


図 1 3 300 粒での実験 (90 秒)

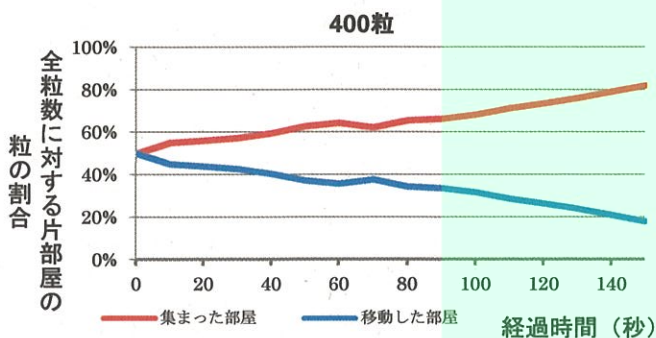


図 1 4 400 粒での実験 (150 秒)
これらの結果より、粒の移動にかかる時間を比

較すると、粒がほぼすべて移動して集団になるまでの時間が、300 粒での実験のほうが、400 粒での実験より速いことが分かる。つまり粒数が少ないほうが移動しやすく、平均自由行程が大きいといえる。ゆえに、粒数が少なくなるほど移動しやすい、つまり平均自由行程が大きくなることが定性的に証明できた。

実験②-2 平均自由行程が粒径に反比例することを定性的に確かめる実験

結果をグラフにしたものが図 1 5、図 1 6 である。縦軸は全粒数に対する片部屋の粒の割合を、横軸は経過時間を表している。赤のグラフは集まった部屋、青のグラフは移動した部屋の粒の割合を表している。

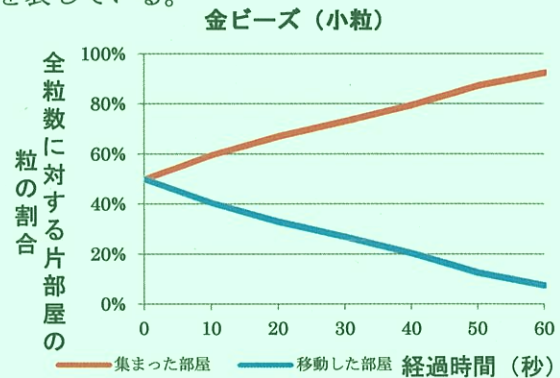


図 1 5 小粒での実験 (60 秒)

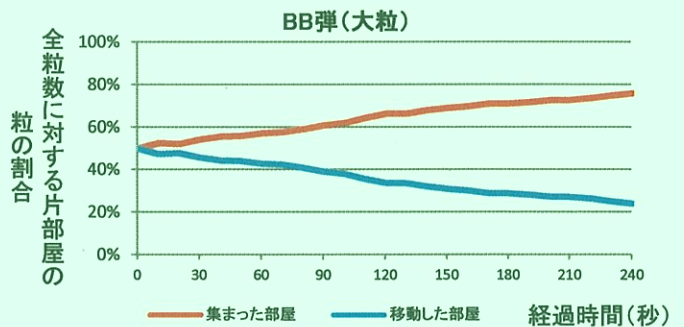


図 1 6 大粒での実験 (240 秒)

粒の移動にかかる時間を比較すると、粒がほぼすべて移動して集団になるまでの時間が、小粒での実験のほうが、大粒での実験より速いことが分かる。ゆえに、粒径が小さくなるほど移動しやすい、つまり平均自由行程が大きくなることが定性的に証明できた。

また、平均自由行程を用いた考察より Step2 が

発生するための条件は、小粒の粒径が小さく粒数が多いければよく、大粒の粒径が大きく粒数が少なければよいといえる。

実験③-1 Aと粒径の相関を調べる実験

結果をグラフにしたものが図17である。縦軸は単位時間に移動する粒数を、横軸は全粒数に対する片部屋の粒の割合を表している。緑色のプロットは4mm、赤色のプロットは5mm、青色のプロットは6mmのときの結果を表している。

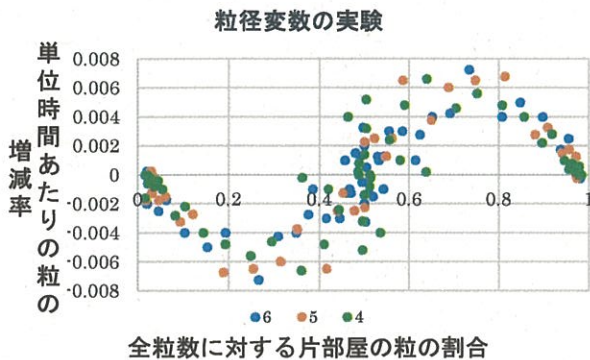


図17 粒径変数のシミュレーション実験

Aの値は粒径をrとすると、 $r=6.0\text{mm}$ のとき $A=0.1196$ 、 $r=5.0\text{mm}$ のとき $A=0.1347$ 、 $r=4.0\text{mm}$ のとき $A=0.1390$ となり粒径が大きいほどAの値が小さくなっていることがわかる。またAと粒径の相関は図18のようになる。

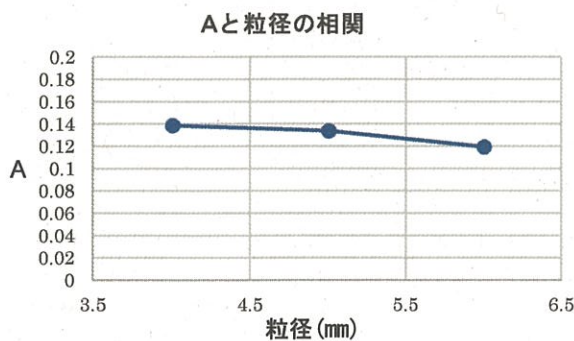


図18 Aと粒径の相関

実験③-2 Aと粒数の相関を調べる実験

結果をグラフにしたものが図19である。縦軸は単位時間に移動する粒数を、横軸は全粒数に対する片部屋の粒の割合を表している。水色のプロットは300粒、橙色のプロットは400粒、黄緑色のプロットは500粒のときの結果を表している。

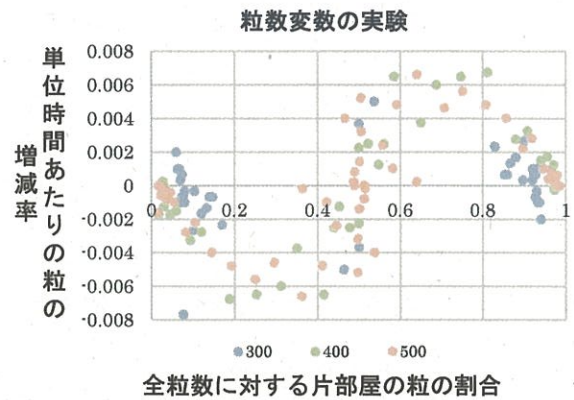


図19 粒数変数のシミュレーション実験

Aの値は粒数をIとすると、 $I=300$ のとき $A=0.1725$ 、 $I=400$ のとき $A=0.1347$ 、 $I=500$ のとき $A=0.1277$ となり粒数が多いほどAの値が小さくなっていることがわかる。またAと粒数の相関は図20のようになる。

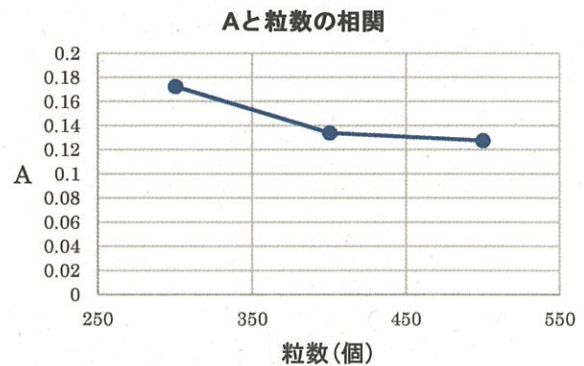


図20 Aと粒数の相関グラフ

これらの結果をまとめると粒径が大きいほどまた、粒数が多いほどAの値は小さくなり、粉体のマクスウェルの悪魔が確実に発生することが分かる。

よってStep2が発生するための条件は、小粒の粒径が大きく、粒数が多いこととなる。また、大粒は、粒径が小さく、粒数が少ないこととなる。

4. まとめ

粉体時計のStep1が発生する条件を満たす大粒、小粒の総数、比率の範囲を実験①により、実験的に示すことができた。発生条件は大粒小粒の総数、個数比に依存し、大粒の割合が一定以上であればStep1が発生しやすいといえる。

また Step2 が発生するための条件は、「平均自由行程」、微分方程式を用いた実験②、実験③により明らかにすることができた。実験②より、小粒の粒数が多いことと、大粒の粒数が少ないことが Step2 に必要な条件であることがわかった。微分方程式による考察より、粉体のマクスウェルの悪魔が発生する条件は小粒の A の値を AS、大粒の A の値を AL とすれば $0 < AS < 0.25 \leq AL$ を満たすことであることが分かった。そして A を数値解析するためにシミュレーションによる実験③を行うことで、A の値と粒径、粒数の相関を得ることができた。

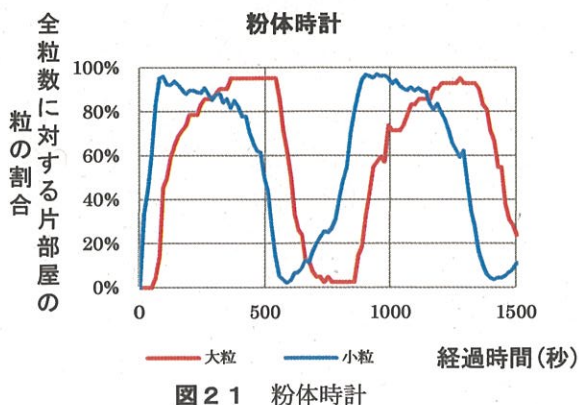
これらの結果を総合すれば、粉体時計が発生する条件は、実験①の結果の緑の範囲を満たし、小粒の粒数が多く、大粒の粒数が少ないこととなる。

また今回は、実験③において 3 通りのデータしか得られなかったが、データ数を増やすことで、A と粒径、A と粒数の相関が明確になれば、Step2 の発生に必要な大粒小粒の条件がより詳しく判明することになる。

また、全世界において粉体時計の 3 次元での発現報告は未だになされていないが、筆者らは、今回の研究で特定した範囲において、何百回もの試行を繰り返し、最終的に世界で初めて粉体時計を再現することができた (図 2 1)。

粉粒体には小粒として直径 2.5mm のプラスチックビーズと、大粒として直径 5.9mm の BB 弾を 1 : 9 の粒数比で用いた。

また、実現した粉体時計の動画を YouTube に投稿した。



5. 今後の課題

今回の研究では、実験①において、ある条件下での発生範囲しか特定することができなかった。そこで Step1 を発生させる必要な条件を調べるために、データ数を増やし、数理的考察が必要となる。

実験②においては、粒数と粒径だけでなく、反発係数と平均自由行程が比例関係にあるかを定性的に確かめる実験を行いたいと考えている。

また、実験③において、データ数が少ないため A の値について正確な相関が得られなかった。そこでさらに多くの条件で実験を行い、粒数や粒径などの変数が A とどのような相関を持っているのか調べる必要がある。

さらに実現した粉体時計のデータから数理的な考察をおこない、そこから粉体時計が発生するための正確な条件を見つけることを考えている

そして、最終的にはこの研究を通して、粉粒体が混ざる条件、分離される条件を特定し、粉粒体の攪拌装置や分離装置などを提案し、還元型の研究へ発展させていきたいと考えている

6. 謝辞

IMV 株式会社 衣川俊也様には昨年度に振装置を賃借する際、作業方法等を丁寧に教えていただきました。兵庫教育大学 准教授 猪本修先生には今年度振動装置を作成する際にスピーカーを貸していただき、かがく教育研究所 理事 森本雄一様助言をいただきました。

また、京都大学情報学研究科 宮崎修次先生には、研究に関する助言をいただきました。この場を借りて謝意を表します。

7. 参考文献

1. Ko van der Weele, Granular gas dynamics: how Maxwell's demon rules in a non-equilibrium system, Con.Phy.Vol49(2008), pp.157-178
2. Takagi Ikuji : 「平均自由行程-VacuumTechnology」エネルギー理工学設計演習・実験2 別冊, 1998
3. Jens.Eggers, Sand as Maxwell's Demon, Phy.Rev.Lett.Vol83(1999), pp.5322-5325.
4. R.Lambiotte, From segregation to the granular clock, Phy.lett(2005)

8. Appendix

発見させた粉体時計の動画

<https://www.youtube.com/watch?v=O2Xkhfezq7I>