

数学教育において相対的な真理観を育成するための課題設計原理を構築

数学の学習において、前提を意図的に曖昧にした課題を設計・実践することにより、結論の真偽は前提によることや、真偽を決めるためには前提を明確にする必要があることを、児童生徒が理解できるようになることを示しました。

数学の問題では正答がただ一つに決まることが多いですが、命題の真偽が前提によって変わる場合もあります。こうした真理の相対性は、数学の発展に大きな役割を果たしてきました。また、私たちが生きている社会や世界において、よりよい合意形成を得るためには、互いの背後にある前提を的確に見極めたり、前提を明確にして議論を行うことが大切です。このように、相対的な真理観や前提についての認識を育成することは極めて重要ですが、初等・中等教育におけるその育成方法は明らかにされてきませんでした。

そこで、本研究では、数学の問題・課題の設計において、とりわけ個々の具体的な課題の設計を裏付ける一般的な原理を構築することに着目しました。これにあたり、通常の数学の教材開発とは異なり、課題の条件を意図的に曖昧にするというアイデアを導入し、それによって児童生徒の意識が課題の前提に向かうことを意図しました。このアイデアに沿って課題設計原理を構築した上で、小中学校の教師と協働しながら、課題の設計、授業実践、実践の分析、原理の洗練、の検討サイクルを繰り返しました。その結果、課題の前提を意図的に曖昧にすることで異なる正答が生まれるようにする等の課題設計原理を構築し、その有効性を示しました。

本研究で構築した原理に基づいて個々の教師が自ら課題を設計して実践することにより、児童生徒の相対的な真理観がさまざまな場面で育成されるようになると期待されます。

研究代表者

筑波大学人間系

小松 孝太郎 准教授

研究の背景

数学の問題では正答がただ一つに決まることが多いですが、命題の真偽が前提によって変わる場合があります。例えば、小中学校で、三角形の内角の和は 180 度であることを学習します。しかし、これはユークリッド幾何学を前提としたものであり、異なる公理を置いた非ユークリッド幾何学では、この命題は成り立ちません。こうした真理の相対性は、数学の発展に大きな役割を果たしてきました。また、私たちが生きている社会や世界では、前提が明確な場面に直面することはむしろ少なく、前提の違いから誤解や問題が発生することもしばしばあります。こうした場合、背後にある前提を的確に見極めたり、前提を明確にして議論を行うことで、当事者間でよりよい合意形成を得ることができるようになります。このように、相対的な真理観や前提に関する認識を育成することは、真正な数学的活動の実現だけでなく、人間形成の面でも極めて重要です。しかしながら、初等・中等教育におけるその育成方法は明らかにされてきませんでした。

研究内容と成果

児童生徒は通常、数学の問題・課題を解きながら学習することから、本研究では、課題の設計に着目しました。とりわけ、個々の具体的な課題を設計することよりも、そうした課題の設計を裏付ける一般的な原理を構築することを目指しました。このような一般的な原理が明らかになれば、それに基づいて、さまざまな課題が開発できると期待されます。

原理の構築にあたって、通常の数学の教材開発とは異なるアプローチを取りました。数学では、問題の答えが一つに定まるように、問題の前提条件を明確にすることが一般的です。それに対して本研究では、課題の前提条件を意図的に曖昧にするというアイデアを導入し、それによって児童生徒の意識が課題の前提に向かうことを意図しました。このアイデアに沿って課題設計原理を構築した上で、小中学校の教師と協働しながら、課題の設計、授業実践、実践の分析、原理の洗練、の検討サイクルを繰り返しました。その結果、「課題の前提を意図的に曖昧にすることで異なる正答が生まれるようにする」、「理論上は異なる正答が可能でも児童生徒が思いつかないと予想される場合には、そうした正答の可能性を示唆する」、「正答が一つに定まるよう課題を修正してその曖昧さをなくす機会を設ける」という課題設計原理を構築しました（参考図）。

これらの原理に基づいて設計した課題を用いて、小学校第 5 学年と中学校第 3 学年の計 5 クラスで授業を実践し、その効果について児童生徒の発話やワークシートの記述を分析したところ、結論の真偽は前提によることや、真偽を決めるためには前提を明確にする必要があることを、児童生徒が理解できるようになることが示されました。また、前提を曖昧にした問題では、通常の問題以上に、教師の意図的・計画的な行為が重要であることや、児童生徒の既習を十分に考慮する必要があることも明らかになりました。

今後の展開

本研究の過程で、教師が課題設計原理に基づいて自ら課題を設計する様子も見られたことから、今後は、この課題設計原理を教師教育の文脈で活用することが考えられます。それにより、それぞれの教師が適切な課題を設計して実践できるようになり、児童生徒の相対的な真理観がさまざまな場面で育成されうると考えられます。

一般的な課題設計原理を構築するというアイデアは、幅広い応用が可能であり、教科教育学全般における新たな教材開発研究の方法論となることが期待されます。

参考図

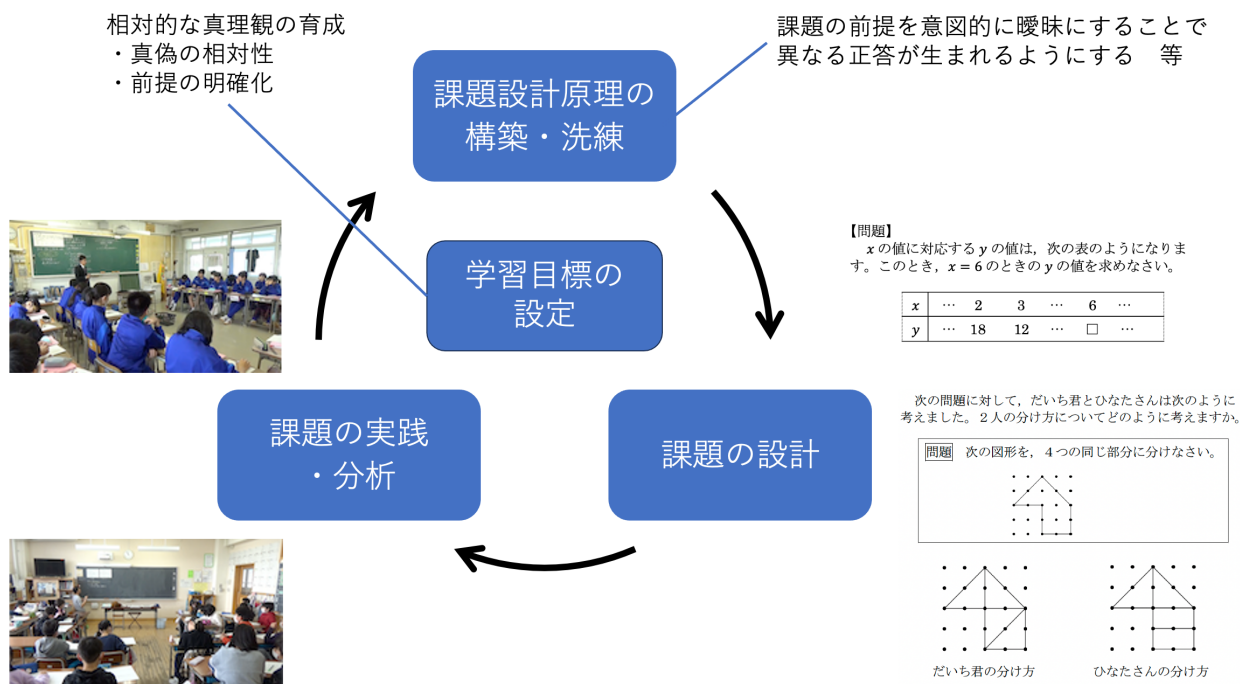


図 本研究の概要

研究資金

本研究は、科研費による研究プロジェクト（18K18636、19H01668）の一環として実施されました。

掲載論文

【題名】 Introducing students to the role of assumptions in mathematical activity.

（数学的活動における前提の役割への誘い）

【著者名】 K. Komatsu（筑波大学）、S. Murata（日本体育大学）、A. J. Stylianides（ケンブリッジ大学）、and G. J. Stylianides（オックスフォード大学）

【掲載誌】 *Cognition and Instruction*

【掲載日】 2023年12月22日

【DOI】 10.1080/07370008.2023.2293695

問い合わせ先

【研究に関すること】

小松 孝太郎（こまつ こうたろう）

筑波大学 人間系 准教授

URL: <https://trios.tsukuba.ac.jp/researcher/0000004519>

<https://mathedu.education.tsukuba.ac.jp>

【取材・報道に関すること】

筑波大学広報局

TEL: 029-853-2040

E-mail: kohositu@un.tsukuba.ac.jp